

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

Департамент математики

Кремер Н.Ш.

МАТЕМАТИКА

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
38.03.04 - Государственное и муниципальное управление,
образовательная программа
«Государственное и муниципальное управление»,
Профиль: «Государственное и муниципальное управление»

Москва 2022

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

Департамент математики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и
методической работе

_____ Е.А. Каменева

24.05.2022 г.

Кремер Н.Ш.

МАТЕМАТИКА

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
38.03.04 - Государственное и муниципальное управление,
образовательная программа
«Государственное и муниципальное управление»,
Профиль: «Государственное и муниципальное управление»

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол №21 от 17.05.2022 г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного Департамента математики
(протокол №16 от 16.05.2022 г.)*

Москва 2022

УДК 51(073)
ББК 22.1
К79

Рецензент: Липагина Л.В., к.ф.-м.н., доцент Департамента математики

Кремер Н.Ш. Математика. Рабочая программа дисциплины для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.04 - Государственное и муниципальное управление, ОП «Государственное и муниципальное управление», Профиль: «Государственное и муниципальное управление». – М.: Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Департамент математики, 2022. – 39 с.

Дисциплина «Математика» является дисциплиной Цикла математики и информатики по направлению подготовки 38.03.04 - Государственное и муниципальное управление, ОП «Государственное и муниципальное управление», Профиль: «Государственное и муниципальное управление».

В рабочей программе дисциплины определены ее цель, место в структуре ОП, требования к результатам освоения дисциплины, содержание программы, тематика практических занятий, формы самостоятельной работы, оценочные средства для текущего контроля и промежуточной аттестации, учебно-методическое и информационное обеспечение.

Учебное издание

Кремер Наум Шевелевич

МАТЕМАТИКА

Рабочая программа дисциплины

Компьютерный набор и верстка: Н.Ш.Кремер
Формат 60x90/16. Гарнитура Times New Roman
Усл. п.л. ____ . Изд. № ____ . Тираж - ____ экз.
Заказ №

Отпечатано в Финансовом университете

© Кремер Н.Ш., 2022
© Финансовый университет, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины.....	4
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенции) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.....	4
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	6
4. Объем дисциплины(модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся.....	6
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	8
5.1. Содержание дисциплины.....	8
5.2. Учебно – тематический план.....	13
5.3. Содержание семинаров, практических занятий.....	13
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	19
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы.....	19
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю.....	21
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	23
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	33
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	34
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	35
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	38
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	39

1. Наименование дисциплины

«Математика».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Дисциплина «Математика» обеспечивает инструментарий формирования следующих компетенций: УК-11, УК-13.

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
УК-11	Способность к постановке целей и задач исследований, выбору оптимальных путей и методов их достижения	1. Аргументированно переходит от первоначальной субъективной формулировки проблемы к целостному структурированному описанию проблемной ситуации.	Знать: основные понятия и идеи алгебры и аналитической геометрии. Уметь: применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии для достижения намеченных целей деятельности.
		2. Обосновывает системную формулировку цели и постановку задачи управления.	Знать: основные понятия и идеи математического анализа. Уметь: применять методы математического анализа для постановки задачи управления и ее решении.
		3. Взвешенно и системно подходит к анализу ситуации, формулировке критериев и условий выбора.	Знать: основные понятия математического анализа. Уметь: применять классические методы анализа для анализа ситуации, формулировки критериев и условия выбора

		4. Критически переосмысливает свой выбор, сопоставляя с альтернативными подходами. Оценивает последствия принимаемых решений, учитывая неочевидные цепочки «последствия последствий» («причины причин») и контурные связи.	Знать: основные понятия дифференциального исчисления. Уметь: применять классические методы дифференциального исчисления для оценки последствия принимаемых решений.
		5. Корректно использует процедуры целеполагания, декомпозиции и агрегирования, анализа и синтеза при решении практических задач управления и подготовке аналитических отчетов.	Знать: основные понятия интегрального исчисления. Уметь: применять современный математический инструментарий для решения практических задач управления и подготовки аналитических отчетов.
		6. Логично, последовательно и убедительно излагает в отчете цели, задачи, теорию и методологию исследования, результаты и выводы.	Знать: основные понятия дифференциального и интегрального исчислений, дифференциальных уравнений и рядов. Уметь: применять современный математический инструментарий для решения управленческих задач и делать на их основании рекомендации по принятию управленческих решений.
УК-13	Способность принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	1. Понимает базовые принципы функционирования экономики и экономического развития, цели и формы участия государства в экономике.	Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты дифференциального исчисления. Уметь: применять современный математический инструментарий для решения прикладных задач.
		2. Применяет методы личного экономического и финансового планирования для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей, использует финансовые инструменты для управления личными финансами (личным бюджетом), контролирует	Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты математического анализа. Уметь: применять математический аппарат при моделировании финансово-экономических процессов, постановке и решении соответствующих задач и интерпретации получаемых результатов.

		собственные экономические и финансовые риски.	
--	--	---	--

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математика» является дисциплиной Цикла математики и информатики по направлению подготовки 38.03.04 - Государственное и муниципальное управление, ОП «Государственное и муниципальное управление», Профиль: «Государственное и муниципальное управление».

Изучение дисциплины «Математика» базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования. Дисциплина «Математика» является теоретической основой для всех дисциплин модуля математики и информатики, а математические понятия и методы используются в дальнейшем при изучении общепрофессиональных дисциплин и дисциплин профиля.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очная / очно-заочная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 1 (в часах)	Семестр 2 (в часах)
Общая трудоёмкость дисциплины	6/216	108	108
<i>Контактная работа - Аудиторные занятия</i>	<i>100/68</i>	<i>50/34</i>	<i>50/34</i>
<i>Лекции</i>	<i>32/32</i>	<i>16/16</i>	<i>16/16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>68/36</i>	<i>34/18</i>	<i>34/18</i>
<i>Самостоятельная работа</i>	<i>116/148</i>	<i>58/74</i>	<i>58/74</i>
Вид текущего контроля		контрольная работа	контрольная работа
Вид промежуточной аттестации		зачет	экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Раздел 1 – Математический анализ

Тема 1. Числовые множества и функции

Элементы теории множеств. Кванторы. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Конечные, счетные и несчетные множества. Ограниченные и неограниченные множества.

Множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел. Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.

Понятие функции. Числовая функция одной переменной. Способы задания функций. График функции. Свойства функций одной переменной: четность и нечетность, монотонность, выпуклость, периодичность, ограниченность.

Функциональные зависимости в экономике: функции полезности, однофакторные производственные функции, функции спроса и предложения. Функции средних издержек и связь между ними ($ATC = AVC + AFC$).

Тема 2. Предел и непрерывность

Числовые последовательности, предел последовательности и его свойства, монотонные, ограниченные последовательности. Геометрическая и арифметические прогрессии.

Простые и сложные проценты. Нарращение и дисконтирование. Непрерывное начисление процентов.

Паутинообразная модель рынка одного товара. Последовательность цен и ее сходимость.

Понятие о числовых рядах. Сходимость ряда. Сумма ряда. Вечная рента.

Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.

Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Примеры непрерывных и разрывных функций в экономике: функция издержек, зависимость налоговой ставки от дохода (случай пропорционального и прогрессивного налога).

Асимптоты графика функции. Асимптотическое поведение функций спроса Торнквиста.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Производная функции, ее геометрический смысл, свойства производной. Производная сложной и неявно заданной функций. Предельные и средние величины в экономике: предельные и средние издержки, предельная и средняя производительность труда.

Средняя и точечная эластичность функции. Эластичности спроса и предложения по цене, эластичность спроса по доходу.

Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.

Основные теоремы дифференциального исчисления: лемма Ферма, теоремы Ролля и Лагранжа. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.

Монотонность функции. Условие монотонности. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Задача максимизации прибыли. Моделирование налоговых поступлений в бюджет. Кривая Лаффера.

Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.

Выпуклость графика функции. Точки перегиба.

Полное исследование функции и построение графика с помощью дифференциального исчисления.

Тема 4. Интегральное исчисление функций одной переменной

Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций.

Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница и ее применение. Выпуск продукции за определенное время при заданном законе мгновенной мощности производства.

Среднее значение функции. Средняя производительность труда, средняя капиталоотдача.

Несобственные интегралы. Интеграл Пуассона.

Тема 5. Функции нескольких переменных

Пространство R^n . Множества в пространстве R^n . Функции нескольких переменных. Примеры функций нескольких переменных в экономике: функция полезности, многофакторные производственные функции (мультипликативная, Кобба-Дугласа). Способы задания функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции. Кривые безразличия и изокванты.

Предел и непрерывность функции нескольких переменных.

Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных.

Средняя и предельная производительность труда и капиталоотдача. Коэффициенты эластичности выпуска по труду и капиталу. Предельные нормы замещения факторов производства.

Производная сложной функции. Производная по направлению и градиент.

Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточное условие для случая двух независимых переменных.

Условный экстремум. Метод подстановки. Метод множителей Лагранжа. Задача потребительского выбора, экономический смысл множителей Лагранжа.

Глобальный экстремум. Минимизация затрат и максимизация прибыли многопродуктовой фирмы.

Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.

Тема 6. Дифференциальные уравнения

Социально-экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Общее решение дифференциального уравнения. Частные решения дифференциального уравнения. Задача Коши.

Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Устойчивость решения. Критерий устойчивости.

Раздел 2 – Линейная алгебра

Тема 7. Векторы и матрицы

Арифметические векторы и их использование в экономике. Геометрическая интерпретация векторов. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Примеры скалярного произведения в экономике. Длина вектора. Угол между векторами.

Матрицы и их виды. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц. Свойства операций над матрицами.

Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. Невырожденность квадратных матриц.

Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

Определитель квадратной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя. Критерий невырожденности матрицы. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований.

Тема 8. Системы линейных уравнений и неравенств

Система линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная система линейных уравнений. Определение решения системы линейных уравнений. Эквивалентность систем линейных уравнений. Совместные и определенные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

Исследование и решение системы линейных уравнений методом Жордана-Гаусса. Общее решение системы линейных уравнений. Частные решения системы линейных уравнений. Базисные решения системы линейных уравнений.

Фундаментальная система решений однородной системы уравнений. Общие решения однородной и неоднородной систем, связь между ними.

Прямые на плоскости. Прямые и плоскости в пространстве.

Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в экономике: бюджетные множества, ограничения по использованию ресурсов.

Поиск неотрицательных базисных решений системы линейных уравнений. Симплексные преобразования.

Тема 9. Линейное пространство

Линейное (векторное) пространство. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Преобразование координат вектора при замене базиса.

Тема 10. Линейные преобразования и квадратичные формы

Линейные преобразования пространства R^n (линейные операторы). Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.

Собственные значения матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Собственные векторы матрицы.

Линейная модель обмена (модель международной торговли).

Симметрические матрицы и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду. Кривые второго порядка.

Тема 11. Линейное программирование

Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике. Линейная производственная задача. Постановка и различные формы записи задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.

Каноническая форма задачи линейного программирования. Допустимые решения. Свойства области допустимых решений. Алгоритм симплексного метода линейного программирования.

Симплексный метод как метод направленного перебора базисных допустимых решений. Критерий оптимальности. Экономическая интерпретация задачи линейного программирования, симплексного метода, симплексных оценок.

Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи.

Основное неравенство теории двойственности, его экономическая интерпретация. Малая теорема двойственности. Достаточное условие оптимальности пары взаимно двойственных задач. Первая и вторая основные теоремы двойственности, их геометрическая и экономическая интерпретация.

Несимметричная пара двойственных задач.

Третья основная теорема двойственности, ее геометрическая и экономическая интерпретация. Область устойчивости двойственных оценок.

Транспортная задача. Задача, двойственная к транспортной. Замкнутая транспортная задача и ее решение методом потенциалов. Экономическая интерпретация оценок клеток, потенциалов поставщиков и потребителей.

Вырожденная транспортная задача. Фиктивные поставки. Открытая транспортная задача, фиктивные поставщики и потребители. Обязательные и запрещенные поставки.

5.2. Учебно– тематический план

Очная / очно-заочная форма обучения

	Наименование	Трудоемкость в часах	Формы
--	--------------	----------------------	-------

п/п	тем (разделов) дисциплины	Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоятельная работа	текущего контроля успеваемости
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
Раздел 1. Математический анализ							
1.	Числовые множества и функции	8/9	2/2	1/1	1/1	6/7	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Обсуждение решенных задач.
2.	Предел и непрерывность	18/19	10/6	3/3	7/3	8/13	
3.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	29/26	19/12	5/5	14/7	10/14	
4.	Интегральное исчисление функций одной переменной	25/29	15/10	5/5	10/5	10/19	
5.	Функции нескольких переменных	34/26	16/11	6/6	10/5	18/15	
6.	Дифференциальные уравнения	16/16	6/5	2/2	4/3	10/11	
Раздел 2. Линейная алгебра							
7.	Векторы и матрицы	16/18	6/4	2/2	4/2	10/14	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Обсуждение решенных задач.
8.	Системы линейных уравнений и неравенств	16/18	6/5	2/2	4/3	10/13	
9.	Линейное пространство	4/5	2/2	1/1	1/1	2/3	
10.	Линейные преобразования и квадратичные формы	17/17	7/4	2/2	5/2	10/13	
11.	Линейное программирование	33/33	11/7	3/3	8/4	22/26	
	В целом по дисциплине	216	100/68	32/32	68/36	116/148	Согласно учебному плану: контрольные работы.
	Итого в %	100	46/31	32/47	68/53	54/69	

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Числовые множества и функции.	<p><i>1. Числовые множества и функции.</i> Операции над числовыми множествами. Исследование числовых множеств на ограниченность. Нахождение комплексных корней многочлена. Арифметические действия с комплексными числами. Нахождения модуля и аргумента комплексного числа. Представление комплексного числа в алгебраической и тригонометрической форме.</p> <p>Функциональные зависимости в экономике: функции полезности, однофакторные производственные функции, функции спроса и предложения. Функции средних издержек и связь между ними ($ATC = AVC + AFC$). [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5]</p>	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
Предел и непрерывность	<p><i>2. Числовые множества и функции. Предел числовой последовательности.</i> Паутинообразная модель рынка одного товара. Вычисление пределов числовой последовательности. Исследование на сходимость рядов. Решение задач: формула сложных процентов, непрерывное начисление процентов, вечная рента. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]</p>	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	<p><i>3. Предел функции.</i> Вычисление пределов функций на бесконечности и в точке. Вычисление односторонних пределов. Решение задач на сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]</p>	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	<p><i>4. Непрерывность функции. Точки разрыва. Асимптоты.</i> Определение точек разрыва функции и ее типа. Нахождение асимптот графика функции. Построение графиков функций спроса Торнквиста и нахождение их асимптот. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]</p>	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок. <i>Самостоятельная работа № 1.</i>
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	<p><i>5. Производная. Предельные и средние величины в экономике. Средняя и точечная эластичность.</i> Вычисление производных функции одной переменной. Нахождение касательной к графику функции. Вычисление предельных величин в экономике и их интерпретация. Вычисление средней и точечной эластичности функций спроса и предложения по цене, эластичности спроса по доходу. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]</p>	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок

	6. Дифференцируемость функции. Дифференциал. Производные сложной и неявно заданной функций. Приближенное вычисление значения функции с помощью дифференциала. Вычисление производных сложной и неявно заданных функций. [8.1,8.2,8.3,8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	7. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Вычисление пределов по правилу Лопиталя. Решение задач на нахождение интервалов монотонности функции. [8.1,8.2,8.3,8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	8. Исследование функций с помощью первой производной: монотонность, локальные экстремумы, наибольшее и наименьшее значение на отрезке. Нахождение точек экстремума и экстремумов функции одной переменной. Решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. Задача максимизации прибыли. Задача о максимизации налоговой выручки. [8.1,8.2,8.3,8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	9. Производные и дифференциалы высших порядков. Выпуклость и вогнутость функции, точки перегиба. Формулы Тейлора и Маклорена. Вычисление производных и дифференциалов функции второго порядка. Определение интервалов выпуклости/вогнутости функции и точек перегиба. Решение задач на формулы Тейлора и Маклорена. Использование их для приближенных вычислений. [8.1,8.2,8.3,8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок. Самостоятельная работа № 2.
	10. Исследование функций и построение графиков. Полное исследование функции и построение ее графика. [8.1,8.2,8.3,8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	11. Первообразная и неопределенный интеграл. Вычисление неопределенных интегралов путем непосредственного интегрирования, методом замены, методом интегрирования по частям. [8.1,8.2,8.3,8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
Интегральное исчисление функций одной переменной	12. Способы вычисления неопределенных интегралов. Вычисление некоторых классов неопределенных интегралов. Решение задач на интегрирование рациональных дробей. [8.1,8.2,8.3,8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	13. Определенный интеграл и его применение. Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница.	Решение задач в интерактивной форме, проверка

	Вычисление площадей плоских фигур. Нахождение выпуска продукции за определенное время при заданном законе мгновенной мощности производства. Вычисление среднего значения функции. Вычисление средней производительности труда и средней капиталоотдачи. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]	самостоятельной работы и разбор ошибок
	14. <i>Несобственные интегралы.</i> Установление сходимости (расходимости) несобственных интегралов. Вычисление сходящихся несобственных интегралов. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	15. <i>Неопределенный, определенный и несобственные интегралы.</i> Нахождение неопределенных интегралов. вычисление определенного и несобственного интегралов. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
Функции нескольких переменных	16. <i>Пространство R^n. Множества в пространстве R^n.</i> Представление множеств в пространствах R^2 и R^3 . Расстояние между точками в пространстве. Построение поверхностей и линий уровня, кривых безразличия и изоквант. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	17. <i>Дифференцирование функций нескольких переменных.</i> Вычисление частных производных нескольких переменных и производной сложной функции. Вычисление средней и предельной производительности труда и капиталоотдачи. Вычисление эластичности выпуска по труду и капиталу, предельной нормы замещения факторов производства. Вычисление производной сложной функции, производной по направлению и градиента. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	18. <i>Локальный экстремум функций нескольких переменных.</i> Решение задач на нахождение локальных экстремумов функций нескольких переменных. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	19. <i>Условный экстремум функций нескольких переменных.</i> Решение задач на нахождение условного экстремума функций нескольких переменных: метод подстановки и метод множителей Лагранжа. Задача потребительского выбора, экономический смысл множителей Лагранжа. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	20. <i>Глобальный экстремум функций нескольких переменных.</i> Решение задач на нахождение наибольших и наименьших значений дифференцируемой функции на замкнутом ограниченном множестве. Минимизация затрат и максимизация прибыли многопродуктовой фирмы. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок

	21. <i>Двойные интегралы.</i> Вычисление кратных интегралов. Сведение кратного интеграла к повторному. [8.1,8.2, 8.3, 8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок. <i>Самостоятельная работа № 3.</i>
Дифференциальные уравнения	22. <i>Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.</i> Решения дифференциальных уравнений первого порядка [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	23. <i>Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.</i> Решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Исследование решений на устойчивость. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок. <i>Самостоятельная работа № 4.</i>
Векторы и матрицы	24. <i>Векторы и действия над ними.</i> Арифметические векторы и их использование в экономике. Геометрическая интерпретация векторов. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Примеры скалярного произведения в экономике. Длина вектора. Угол между векторами. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	25. <i>Матрицы и действия над ними.</i> Решение задач на операции с матрицами. Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Вычисление ранга матрицы. Вычисление обратной матрицы. Вычисление определителя матрицы. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок. <i>Самостоятельная работа № 5.</i>
Системы линейных уравнений и неравенств	26. <i>Системы линейных алгебраических уравнений.</i> Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Жордана–Гаусса. Нахождение неотрицательных решений систем линейных алгебраических уравнений. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	27. <i>Прямые и плоскости. Выпуклые множества.</i> Решение задач на прямые на плоскости и прямые и плоскости в пространстве. Нахождение областей в пространстве, заданных системой неравенств. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок. <i>Самостоятельная работа № 6.</i>
Линейное пространство	28. <i>Линейное пространство и линейные преобразования.</i> Исследование системы векторов на линейную зависимость. Вычисление координат вектора при замене базиса. Решение задач на линейные преобразования. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок

Линейные преобразования и квадратичные формы	29. Собственные значения и собственные векторы. Линейная модель обмена. Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы. Исследование линейной модели обмена. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	30. Квадратичные формы и кривые второго порядка. Решение задач на знакоопределенность квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду. Определение вида кривой второго порядка. [8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
Линейное программирование	31. Графический метод решения задач линейного программирования. Решение задач линейного программирования графическим методом. [8.4, 8.5]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	32. Линейные модели в экономике. Решение задач линейного программирования симплексным методом. Экономическая интерпретация симплексного метода и симплексных оценок. [8.4, 8.5]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	33. Двойственные задачи. Составление двойственной задачи. Решение двойственных задач с применением теорем двойственности. Эконометрическая интерпретация теорем двойственности. [8.4, 8.5]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок
	34. Транспортная задача. Решение транспортных задач методом потенциалов. Вырождения в транспортных задачах. Решение открытых транспортных задач. [8.4, 8.5]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на подготовку	Формы подготовки
Раздел 1. Математический анализ		
Числовые множества и функции	Арифметические действия с комплексными числами. Представление комплексного числа в алгебраической и тригонометрической форме.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; — изучение рекомендованных к занятию литературных источников.

Предел и непрерывность	Вычисление пределов числовой последовательности, функций на бесконечности и в точке. Определение точек разрыва и асимптот графика функции.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; — изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Вычисление производных. Нахождение пределов по правилу Лопиталя. Исследование функции и построение ее графика (интервалы монотонности и экстремумы, интервалы выпуклости и точки перегиба, асимптоты). Определение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; — изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Интегральное исчисление функций одной переменной	Нахождение неопределенных интегралов различными методами. Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница, сходящихся несобственных интегралов, площадей плоских фигур.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; — изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Функции нескольких переменных	Вычисление частных производных, производной сложной функции, производной по направлению и градиента. Нахождение локальных и условных экстремумов, Определение наибольших и наименьших значений. Вычисление кратных интегралов.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; — изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Дифференциальные уравнения	Решение дифференциальных уравнений первого порядка и линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; — изучение рекомендованных к занятию литературных источников..
Раздел 2. Линейная алгебра		
Векторы и матрицы	Решение задач на операции с векторами и матрицами. Вычисление ранга матрицы, обратной матрицы. определителя матрицы.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; — изучение рекомендованных к занятию литературных источников.

Системы линейных уравнений и неравенств	Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Жордана-Гаусса. Прямые на плоскости, прямые и плоскости в пространстве	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; — изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Линейное пространство	Исследование системы векторов на линейную зависимость. Базис и размерность пространства.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; — изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Линейные преобразования и квадратичные формы	Нахождение собственных значений и собственных векторов матрицы. Решение задач на знакоопределенность квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; — изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Линейное программирование	Решение задач линейного программирования графическим и симплексным методами.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; — изучение рекомендованных к занятию литературных источников.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Пример контрольной работы (1 семестр)

1. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+3} \right)^{3x+4}$.

2. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+3x)^{10} - 1}{\arctg 2x}$.

3. Найдите уравнение касательной к графику функции $y = \ln(2e - x)$ в точке $x = e$.

4. В математической модели рынка некоторого товара с функцией спроса $Q(p) = 26 - 7p$ и с функцией предложения $S(p) = 10p - 25$, где p – цена товара, вычислите эластичность спроса относительно цены в точке рыночного равновесия. Вычислите (приблизительно), на сколько процентов изменится спрос, если цена увеличится на 2% по сравнению с равновесной.

5. Исследуйте функцию $y = x^2 e^{-x}$ и схематично постройте график.

6. Известна зависимость цены p от выпуска продукции Q : $p(Q) = 80 - 2Q$. Функция общих издержек имеет вид: $TC(Q) = 0,1Q^3$. Найдите: а) функцию предельных издержек $MC(Q)$; б) значение выпуска, при которой прибыль от реализации продукции будет максимальной; в) максимальную прибыль.

7. Вычислите определенный интеграл: $\int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$.

8. Вычислите несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ или установить его расходимость.

9. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{8}{x}$, $y = 8x^3$, $y = 27$.

10. Производительность труда шахтёра выражается функцией $f(t) = -0,006t^2 + 0,04t + 2,5$ (м³/ч), где t – время в часах, $0 \leq t \leq 8$. Найдите: а) общий объём добытого угля за восьмичасовой рабочий день; б) среднечасовой объём угля за первую и вторую половины рабочего дня.

Пример контрольной работы (2 семестр)

1. Найдите длину вектора–градиента функции $z = x^3 + \frac{9}{4}x^2 \ln y$ в точке (2;1).
2. Исследуйте на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.
3. Исследуйте на условный экстремум функцию $z = x - y$ при условии $x^2 + y^2 = 1$.
4. Найдите частное решение дифференциального уравнения $y' = (4 - y)y$,

удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 3$.

5. Функция полезности имеет вид $u = x_1 x_2^2$. Известны цены двух товаров 3 ден.ед. и 6 ден.ед. Найдите такой набор этих товаров, чтобы при величине дохода

72 ден.ед. обеспечить максимальное значение функции полезности.

6. Найдите максимальное число линейно независимых столбцов матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & -4 & 1 & -3 \\ 4 & 0 & 7 & 7 \end{pmatrix}.$$

7. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} 8x_1 + 7x_2 - x_3 = 3, \\ -24x_1 - 21x_2 + 3x_3 = -9. \end{cases}$$

Найдите: а) общее и какое-либо базисное решения системы;

б) общее решение соответствующей однородной системы уравнений; размерность пространства и фундаментальный набор решений этой системы.

8. Даны четыре вектора

$$\vec{a}_1 = (2; 4; -6); \quad \vec{a}_2 = (1; 3; 5); \quad \vec{a}_3 = (0; -3; 7); \quad \vec{a}_4 = (3; 2; 52)$$

в некотором базисе. Покажите, что векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ образуют базис, и найти координаты вектора \vec{a}_4 в этом базисе.

9. Приведите к каноническому виду квадратичную форму $L = 2x_1^2 + 6x_1x_2 + 2x_2^2$, указав канонический базис и соответствующее ортогональное преобразование.

10. Для производства трех видов продукции A, B, C используется три вида сырья I, II, III. Нормы затрат каждого из видов сырья на единицу продукции каждого вида, а также прибыль с единицы продукции приведены в таблице.

Сырье	Продукция A	Продукция B	Продукция C	Запас сырья
I	4	6	1	32
II	6	4	1	32
III	2	2	1	12
Прибыль	7	4	1	

Составьте план выпуска продукции, при котором прибыль от ее реализации будет максимальной при условии, что сырье III должно быть полностью израсходовано.

Необходимо: а) составить экономико-математическую модель задачи; б) решить задачу графическим методом.

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Департамента математики.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в п.2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
Способность к постановке целей и задач исследований, выбору оптимальных путей и методов их достижения (УК-11)	1. Аргументированно переходит от первоначальной субъективной формулировки проблемы к целостному структурированному описанию проблемной ситуации.	Знать: основные понятия и идеи алгебры и аналитической геометрии. Уметь: применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии для достижения намеченных целей деятельности.	Известна структурная матрица торговли трех стран: $A = \begin{pmatrix} 2/5 & 1/4 & 2/7 \\ 1/5 & 1/4 & 2/2 \\ 2/5 & 1/2 & 3/7 \end{pmatrix}.$ Суммарный национальный доход трех стран равен 1600. Найдите национальный доход каждой из стран, позволяющий осуществлять бездефицитную торговлю.
	2. Обосновывает системную формулировку цели и постановку задачи управления.	Знать: основные понятия и идеи математического анализа. Уметь: применять методы математического анализа для постановки задачи управления и ее	В паутинообразной модели функция спроса имеет вид $D(p) = 12 - 3p$, а функция предложения – $S(p) = 2p - 3$. Начальная цена равна 2 д.е. Выпишите общую

		решении.	формулу для последовательности цен. Исследовать на сходимость данную последовательность цен.
3. Взвешенно и системно подходит к анализу ситуации, формулировке критериев и условий выбора.	Знать: основные понятия математического анализа. Уметь: применять классические методы анализа для анализа ситуации, формулировки критериев и условия выбора	При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\frac{t}{t+1}$ -ю часть курса, а забывает $\frac{t}{36}$ -ю часть. Сколько дней надо затратить студенту на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса?	
4. Критически переосмысливает свой выбор, сопоставляя с альтернативными подходами. Оценивает последствия принимаемых решений, учитывая неочевидные цепочки «последствия последствий» («причины причин») и контурные связи.	Знать: основные понятия дифференциального исчисления. Уметь: применять классические методы дифференциального исчисления для оценки последствия принимаемых решений.	Даны функция спроса на некоторый товар $D(p) = 82 - 15p - 10p^2$ и функция предложения этого товара $S(p) = 2p^2 + 3p - 2$, где p – цена товара в рублях. При каких значениях параметра p спрос относительно цены: эластичен; не эластичен?	
5. Корректно использует процедуры целеполагания, декомпозиции и агрегирования, анализа и синтеза при решении практических задач управления и подготовке аналитических отчетов.	Знать: основные понятия интегрального исчисления. Уметь: применять современный математический инструментарий для решения практических задач управления и подготовки аналитических отчетов.	Производительность труда шахтёра выражается функцией $f(t) = - 0,006t^2 + 0,04t + 2,5$ (м³/ч), где $0 \leq t \leq 8$ (время в часах). Найти общий и среднечасовой объём добытого шахтёром угля за восьмичасовой рабочий день.	
6. Логично, последовательно и	Знать: основные понятия	Число потенциальных покупателей данной	

	убедительно излагает в отчете цели, задачи, теорию и методологию исследования, результаты и выводы.	дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений и рядов. Уметь: применять современный математический инструментальный для решения управленческих задач и делать на их основании рекомендации по принятию управленческих решений.	продукции равно 1 (млн. чел.) О ее наличии в продаже в момент t знает $y(t)$ покупателей. Скорость изменения функции $y(t)$ пропорциональна числу знающих о продаже и числу незнающих о ней с коэффициентом 0,5. Известно, что в начальный момент $y(0)=0,1$ (млн. чел.). Через сколько суток о рекламируемой продукции будет известно не менее чем 90% потенциальных покупателей?
Способность принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности (УК-13)	1.Понимает базовые принципы функционирования экономики и экономического развития, цели и формы участия государства в экономике.	Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты дифференциального исчисления. Уметь: применять современный математический инструментальный для решения прикладных задач.	Известны функция цены $p(Q) = 14 - 2Q$ и функция издержек $TC(Q) = 0,2Q^2 + 3Q + 2$. Найти: а) оптимальный объем производства Q^* , соответствующую цену товара p^* и величину максимальной прибыли; б) оптимальную ставку акциза t и максимальную налоговую выручку tQ^* ; чему при этом будет равна чистая прибыль и оптимальный объем производства?; в) барьерную ставку акциза t_0 .
	2.Применяет методы личного экономического и финансового планирования для достижения текущих и долгосрочных финансовых целей, использует финансовые инструменты для управления	Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты математического анализа. Уметь: применять математический аппарат при моделировании финансово-экономических процессов, постановке и решении	Известна функция $K(t)$ – величина основных фондов фирмы в момент t . Выбытие фондов происходит равномерно с коэффициентом пропорциональности $\mu = 0,02$, а увеличение фондов происходит также равномерно в результате инвестиций за год $i = 1000$ ден. ед. с

	личными финансами (личным бюджетом), контролирует собственные экономические и финансовые риски.	соответствующих задач и интерпретации получаемых результатов.	коэффициентом $\rho = 0,05$. В начальный момент времени величина основных фондов составляла $K_0 = 5000$ ден. ед. Определить зависимость величины основных фондов $K(t)$ от времени.
--	---	---	---

Примеры практико-ориентированных (ситуационных) заданий

1. Производственная функция Кобба–Дугласа имеет вид $Q = 30\sqrt{K}\sqrt[3]{L}$. Найти:
а) средние и предельные значения капиталотдачи и производительности труда при $K=16, L=8$; б) коэффициенты эластичности по капиталу и труду.
2. Даны функция спроса на некоторый товар $D(p) = 82 - 15p - 10p^2$ и функция предложения этого товара $S(p) = 2p^2 + 3p - 2$, где p – цена товара в рублях. Вычислите эластичность спроса по цене в точке рыночного равновесия.
3. Цены на два вида товаров равны 32 ден. ед. и 28 ден. ед. Определите, при каких количествах продаж этих товаров x и y прибыль будет максимальной, если функция издержек имеет вид $z = 1,5x^2 + 2xy + y^2$. Найти максимальную прибыль.
4. Для функции полезности $z = \ln x + \ln(2y)$ для набора из двух товаров найти предельные полезности по каждому товару и предельные нормы замещения одного товара другим:
5. Производительность труда одного рабочего за одну смену описывается функцией $p(t) = 8t - 0,5t^2$, где t – время в часах, $0 \leq t \leq 8$. Определите объем выпуска продукции за 10 рабочих дней бригадой, состоящей из 5 человек.
6. Найдите общую себестоимость выпуска q единиц продукции $TC(q)$, если предельная себестоимость продукции задана функцией $MC(q) = e^{0,1q}$, а начальные фиксированные затраты равны 40.

Примеры заданий для подготовки к зачету, экзамену

1. Какие из нижеприведенных функций являются ограниченными:

1) $y = e^{-x^2}$; 2) $y = e^{x^2}$; 3) $y = \frac{\cos x}{x^2}$; 4) $y = \sin x + \cos x$.

2. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 4x}).$$

3. Выяснить, при каком значении a

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-6}{x} \right)^{ax} = e^3.$$

4. Найти точку пересечения асимптот графика функции

$$y = \frac{2x^2 - 5x - 2}{x - 3}. \text{ В ответе указать сумму координат этой точки.}$$

5. Найти значение функции $z = \frac{\ln x}{y} + 2x$ в критической (стационарной) точке.

6. Укажите число – номер матрицы, для которой существует обратная:

1) $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 9 \\ -2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 5 & 7 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -2 & -4 & 6 \\ 3 & 6 & -1 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

7. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 6 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

8. Выяснить, при каком значении λ векторы $\vec{a}_1 = (-2; 0; 1)$, $\vec{a}_2 = (1; -1; 0)$, $\vec{a}_3 = (0; 1; \lambda)$, не образуют базис в пространстве R^3 .

9. Вектор $\vec{x} = (a; 1)$ является собственным вектором матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Найти возможные значения параметра a . В ответе указать сумму этих значений.

10. Найти ранг квадратичной формы $L = 9x_1^2 + 12x_1x_2 + 4x_2^2$,

Примерные теоретические вопросы для подготовки к зачету

1. Множество. Операции над множествами. Конечные, счетные и несчетные множества. Ограниченные и неограниченные множества.

2. Комплексные числа и действия над ними. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.

3. Понятие функции. Свойства функций одной переменной.
4. Функциональные зависимости в экономике.
5. Числовые последовательности, предел последовательности и его свойства, монотонные, ограниченные последовательности.
6. Простые и сложные проценты. Нарращение и дисконтирование. Непрерывное начисление процентов.
7. Паутинообразная модель рынка одного товара.
8. Числовой ряд. Сходимость ряда. Сумма ряда.
9. Предел функции в точке и на бесконечности.
10. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
11. Первый и второй замечательные пределы.
12. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций.
13. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций.
14. Точки разрыва и их классификация.
15. Асимптоты графика функции.
16. Производная функции, ее геометрический смысл, свойства производной.
17. Производная сложной и неявно заданной функций.
18. Предельные и средние величины в экономике (случай функции одной переменной).
19. Средняя и точечная эластичность функции (случай функции одной переменной).
20. Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл.
21. Основные теоремы дифференциального исчисления: лемма Ферма, теоремы Ролля и Лагранжа.
22. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
23. Монотонность функции. Условие монотонности.
24. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
25. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

26. Производные и дифференциалы высших порядков.
27. Формула Тейлора. Формула Маклорена.
28. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.
29. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.
30. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
31. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.
32. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
33. Среднее значение функции.
34. Несобственные интегралы. Интеграл Пуассона.
35. Пространство R^n . Множества в пространстве R^n . Функции нескольких переменных.
36. Примеры функций нескольких переменных в экономике.
37. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
38. Частные производные функции нескольких переменных.
39. Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных.
40. Предельные и средние величины в экономике (случай функции нескольких переменных).
41. Средняя и точечная эластичность функции (случай функции нескольких переменных).
42. Производная сложной функции.
43. Производная по направлению и градиент.

Примерные теоретические вопросы для подготовки к экзамену

1. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума.
2. Достаточное условие для случая двух независимых переменных.
3. Условный экстремум. Метод подстановки.
4. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
5. Глобальный экстремум.

6. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
7. Общее решение дифференциального уравнения. Частные решения дифференциального уравнения. Задача Коши.
8. Уравнения с разделяющимися переменными.
9. Однородные уравнения первого порядка.
10. Линейное уравнение первого порядка.
11. Уравнение Бернулли.
12. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
13. Устойчивость решения. Критерий устойчивости.
14. Арифметические векторы.
15. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц.
16. Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц.
17. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. Невырожденность квадратных матриц.
18. Обратная матрица.
19. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя. Критерий невырожденности матрицы.
20. Система линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
21. Прямые на плоскости.
22. Прямые и плоскости в пространстве.
23. Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в экономике.
24. Линейное (векторное) пространство.
25. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства.
26. Линейные преобразования пространства R^n (линейные операторы).
27. Собственные значения и собственные векторы матрицы.

28. Линейная модель обмена (модель международной торговли).
29. Симметрические матрицы и квадратичные формы.
30. Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду.
31. Кривые второго порядка.
32. Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике.
33. Постановка и различные формы записи задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
34. Каноническая форма задачи линейного программирования. Допустимые решения. Свойства области допустимых решений.
35. Алгоритм симплексного метода линейного программирования.
36. Симплексный метод как метод направленного перебора базисных допустимых решений. Критерий оптимальности.
37. Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи.
38. Основное неравенство теории двойственности, его экономическая интерпретация.
39. Малая теорема двойственности.
40. Достаточное условие оптимальности пары взаимно двойственных задач.
41. Первая и вторая основные теоремы двойственности, их геометрическая и экономическая интерпретация.
42. Несимметричная пара двойственных задач.
43. Третья основная теорема двойственности, ее геометрическая и экономическая интерпретация.
44. Транспортная задача.
45. Задача, двойственная к транспортной.
46. Замкнутая транспортная задача и ее решение методом потенциалов. Экономическая интерпретация оценок клеток, потенциалов поставщиков и потребителей.
47. Вырожденная транспортная задача.

Пример экзаменационного билета

1. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Может ли быть число $\lambda=5$ собственным значением матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$? (Ответ обосновать). (10 баллов)

2. Исследуйте на экстремум функцию: $z=x^2+y^2-2\ln x-18\ln y$. (10 баллов)

3. Решите дифференциальное уравнение: $xydx+(x+1)dy=0$. (10 баллов)

4. Найти размерность пространства решений и ФНР системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases} \quad (10 \text{ баллов})$$

5. При каких значениях m квадратичная форма $L=mx_1^2 + 4mx_2^2 + 4x_1x_2$ является положительно (отрицательно) определенной? знакопеременной? (10 баллов)

6. Для изготовления изделий двух видов имеется 200 кг сырья. На изготовление одного изделия первого вида расходуется 3 кг, на изготовление одного изделия второго вида – 5 кг сырья. Найдите план производства, обеспечивающий получение наибольшей выручки от продажи изделий, если требуется изготовить не более 50 изделий первого вида и не более 30 изделий второго вида, а цена одного изделия первого вида составляет 2000 руб., а изделия второго вида – 1500 руб. Необходимо: а) составить экономико-математическую модель задачи; б) решить задачу графическим методом. (10 баллов)

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Высшая математика для экономического бакалавриата: Учебник и практикум / Н.Ш. Кремер [и др.]; под ред. Н.Ш. Кремера - Москва: Юрайт, 2012,

2013. - 910 с. – Текст : непосредственный. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1: учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). - ЭБС Юрайт. - URL: <https://urait.ru/bcode/436490> (дата обращения: 28.04.2022) Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 2 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2018. — 239 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ЭБС Юрайт. - URL: <https://urait.ru/bcode/436491> (дата обращения: 28.04.2022) Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 3 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2018. — 416 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ЭБС Юрайт. - URL: <https://urait.ru/bcode/436492> (дата обращения: 28.04.2022). - Текст : электронный.

2. Кремер, Н.Ш. Математика для экономистов и менеджеров : учебник / Кремер Н.Ш. — Москва : КноРус, 2019. — 480 с. — URL: <https://book.ru/book/931154> (дата обращения: 28.04.2022). — Текст : электронный.

3. Математика для экономистов и менеджеров. Практикум: учебное пособие / Кремер Н.Ш. ; под общ. ред., Б.А.Путко, И.М.Тришин, М.Н.Фридман. — Москва : КноРус, 2015. — 479 с. — (для бакалавров). — ЭБС BOOK.ru.— URL: <https://book.ru/book/916680> (дата обращения: 28.04.2022). — Текст: электронный.

4. Высшая математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / М. Б. Хрипунова [и др.] ; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Юрайт, 2019. — 478 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ЭБС Юрайт. — URL: <https://urait.ru/bcode/433122> (дата обращения: 28.04.2022).— Текст : электронный.

Дополнительная литература:

1. Математика в экономике. Ч.1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учебник для студ. экономич. спец. вузов / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов, И.Г. Шандра. – Москва: Финансы и статистика; ИНФРА-М, 2003, 2005, 2006, 2007, 2011. – 384 с. – Текст: непосредственный. – То же. – URL: <http://lpvserver190/fulltext/Book/TRUDY%20FA/Mathematics1.pdf> (дата обращения: 28.04.2022) - Текст : электронный

2. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3 ч. Ч. 1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учебное пособие

/ под ред. В.А. Бабайцева и В.Б. Гисина. — М.: Финансы и статистика, 2013. — Текст : непосредственный

3. Математика в экономике. Ч. 2: Математический анализ: учебник для студ. экономич. спец. вузов / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов, И.Г. Шандра. — Москва: Финансы и статистика, 2003, 2005, 2007. - 557 с. — Текст : непосредственный. Математика в экономике. Ч. 2: Математический анализ: учебник для студ. экономич. спец. вузов / А.С. Солодовников [и др.]. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Финансы и статистика, Инфра-М, 2011. - 560 с. - Математика в экономике. Ч. 2: Математический анализ: учебник для студ. экономич. спец. вузов / А.С. Солодовников [и др.]. - Москва: Финансы и статистика, 2001. — 384 с.—
<http://lpvserver190/fulltext/Book/TRUDY%20FA/Mathematics2.pdf>— (дата обращения 28.04.2022). - Текст : электронный

4. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3 ч. Ч. 2: Математический анализ: учебное пособие / под ред. В.А. Бабайцева и В.Б. Гисина. — Москва: Финансы и статистика, 2013. — Текст : непосредственный

5. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: Учебно-справочное пособие для бакалавров / Н.Ш. Кремер [и др.]; ВЗФЭИ ; под ред. Н.Ш. Кремера - Москва: Юрайт, 2009, 2011, 2012 - 686 с. - Текст : непосредственный. Кремер, Н. Ш. Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики: учебно-справочное пособие для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под общ. ред. Н. Ш. Кремера. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2019. — 724 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). - ЭБС Юрайт. - URL: <https://urait.ru/bcode/425064> (дата обращения: 28.04.2022). - Текст : электронный.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Информационно-образовательный портал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации <http://org.fa.ru/>.

2. Сайт департамента математики
<http://www.fa.ru/org/dep/dm/Pages/Home.aspx>.

3. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>

4. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>

5. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека

ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>

6. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>

7. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ»

<https://www.urait.ru/>

8. Электронно-библиотечная система издательства «Лань»

<https://e.lanbook.com/>

9. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>

10. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>

11. Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>

12. Массовый открытый онлайн-курс/специализация «Вспомнить все!

13. Школьная математика для первокурсников» / Финансовый университет при Правительстве РФ. – <https://online.fa.ru/courses/course-v1:fa+adaptmathem+2021/about>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Цель методических рекомендаций – обеспечить студенту бакалавриата (далее – студенту) оптимальную организацию процесса изучения дисциплины, а также выполнения различных форм самостоятельной работы.

Методические рекомендации по изучению дисциплины

Студентам необходимо ознакомиться:

- с содержанием рабочей программы дисциплины (далее – РПД), с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимися на образовательном портале и сайте департамента, с графиком консультаций преподавателей данной кафедры.

Рекомендации по подготовке к лекционным занятиям (теоретический курс)

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного

накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Именно поэтому контроль над систематической работой студентов всегда находится в центре внимания департамента.

Студентам рекомендуется:

- перед каждой лекцией просматривать рабочую программу дисциплины, что позволит сэкономить время на записывание темы лекции, ее основных вопросов, рекомендуемой литературы;

- на отдельные лекции приносить соответствующий материал на бумажных или электронных носителях, представленный лектором на портале. Данный материал будет охарактеризован, прокомментирован, дополнен непосредственно на лекции;

- перед очередной лекцией необходимо просмотреть по конспекту материал предыдущей лекции. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным литературным источникам, если разобраться в материале опять не удалось, то обратитесь к лектору (по графику его консультаций) или к преподавателю на практических занятиях. Не оставляйте «белых пятен» в освоении материала.

Рекомендации по подготовке к практическим (семинарским) занятиям

Студентам следует:

- приносить с собой рекомендованную преподавателем литературу к конкретному занятию;

- до очередного практического занятия по рекомендованным литературным источникам проработать теоретический материал, соответствующей темы занятия;

- при подготовке к практическим занятиям следует обязательно использовать не только лекции, но и другую учебную литературу;

- в начале занятий задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении, при решении задач, заданных для самостоятельного решения;

- в ходе семинара давать конкретные, четкие ответы по существу вопросов;

- на занятии доводить каждую задачу до окончательного решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов (анализов, ситуаций), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

Методические рекомендации по выполнению различных форм самостоятельных домашних заданий

Самостоятельная работа студентов включает в себя выполнение различного

рода заданий, которые ориентированы на более глубокое усвоение материала изучаемой дисциплины. К выполнению заданий для самостоятельной работы предъявляются следующие требования: задания должны выполняться самостоятельно и представляться в установленный срок, а также соответствовать установленным требованиям по оформлению.

Студентам следует:

- руководствоваться графиком самостоятельной работы, определенным РПД;
- выполнять все плановые задания, выдаваемые преподавателем для самостоятельного выполнения, и разбирать на семинарах и консультациях неясные вопросы;
- использовать при подготовке нормативные документы Финансового университета;
- при подготовке к экзамену параллельно прорабатывать соответствующие теоретические и практические разделы дисциплины, фиксируя неясные моменты для их обсуждения на плановой консультации.

Методические рекомендации по работе с литературой

Любая форма самостоятельной работы студента (подготовка к семинарскому занятию, выполнение контрольной работы, начинается с изучения соответствующей литературы как в библиотеке, так и дома.

К каждой теме учебной дисциплины подобрана основная и дополнительная литература.

При работе с литературой рекомендуется делать записи. Записи в той или иной форме не только способствуют пониманию и усвоению изучаемого материала, но и помогают вырабатывать навыки явного изложения в письменной форме тех или иных теоретических вопросов.

Методические указания по проведению практических занятий

По структуре практические занятия следует разделить на учебные и контрольные.

Учебные практические занятия структурно состоят из следующих компонент:

1. проверка наличия выполненного задания самостоятельной работы каждого студента;
2. выборочная проверка корректности выполнения домашнего задания;
3. разбор типичных ошибок, возникших в самостоятельной работе;
4. рассмотрение теоретических вопросов, связанных с текущим практическим занятием;

5. разбор методов выполнения практических заданий и решения задач;
6. корректировка заданий для самостоятельной работы студентов.

Контрольные практические занятия структурно состоят из следующих компонент:

1. проведение аудиторных самостоятельных и контрольных работ;
2. подведение итогов и разбор типичных ошибок, возникших при выполнении самостоятельных и контрольных работ.

Студенты должны обратить внимание на перечень основных контрольных мероприятий, которые проводятся в соответствии с рабочей программой дисциплины.

Конкретные сроки проведения этих мероприятий своевременно доводятся до сведения студентов.

Соответствующие приказы, распоряжения ректората о контроле уровня освоения дисциплин и сформированности компетенций студентов.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (комплекс рекомендаций и разъяснений, позволяющий студенту оптимальным образом организовать процесс изучения учебного материала дисциплины) представлены в **учебных изданиях по дисциплине «Математика» Департамента математики**, размещенных на платформе LMS Moodle и на Информационно-образовательном портале Финансового университета.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения:

Windows, Microsoft Office; Excel

Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

Информационно-правовая система «Консультант Плюс»;

Информационно-правовая система «Гарант»;

Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>

Система комплексного раскрытия информации «СКРИН»: <https://skrin.ru>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации – не предусмотрены.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для освоения дисциплины возможно использование вычислительных средств – компьютер, смартфон или планшет, в качестве дополнительных инструментов организации и осуществления образовательного процесса.